

SCIENZA FIRENZE 2019

IPOSTESI E SPERIMENTAZIONE A CONFRONTO

"rivisitare oggi esperimenti storici significativi"

MISURA DEL RAPPORTO CARICA-MASSA DELL'ELETTRONE

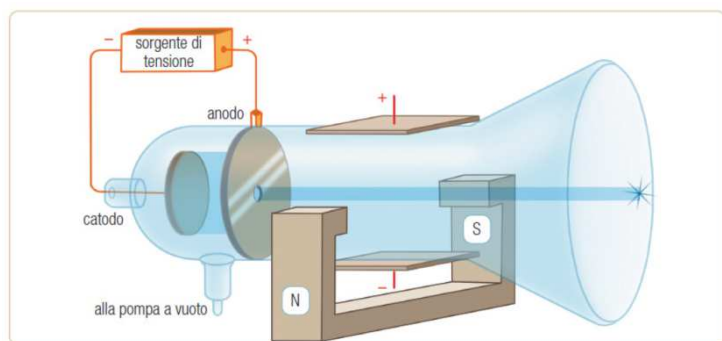
Tra la fine del XIX° e l'inizio del XX° secolo sembrava che la Fisica spiegasse quasi tutti i fenomeni della natura osservati. Rimanevano fuori da questo insieme solo pochi fenomeni, considerati marginali; tra questi fenomeni irrisolti in particolare ricordiamo per importanza lo spettro di corpo nero, le righe di emissione degli atomi, l'effetto fotoelettrico e la radioattività. Ci siamo quindi proposti di rivisitare alcuni esperimenti relativi alla natura delle radiazioni α , β e γ .

In particolare il nostro intento iniziale è stato quello di studiare il **rapporto carica-massa (q/m)** per le particelle α e β . L'intento si è realizzato solo in parte perché dopo esserci costruiti una camera a nebbia per rivelare le particelle α e aver reperito una sorgente di ^{241}Am (emettitore α) contenuta all'interno di sensori di fumo di vecchia generazione, ci siamo resi conto che a causa dell'energia e della massa di tali particelle non era facile riuscire a deviarle sensibilmente per fare una misura di rapporto q/m . Misura che invece è riuscita bene per quel che riguarda gli elettroni (radiazione β) emessi da un filamento caldo di una valvola.

Cenni storici:

Nel 1897 Thomson scoprì l'elettrone e riuscì a dimostrare che si trattava di una particella fondamentale presente in tutti gli atomi, facendo dell'elettrone la prima particella subatomica ad essere scoperta. Egli inoltre riuscì a misurare anche il rapporto q/m dell'elettrone (in seguito, nel 1909, Millikan otterrà il valore della carica dell'elettrone, permettendo così di ottenere separatamente anche il valore della sua massa). Per questi studi Thomson e poi Millikan riceveranno il Nobel rispettivamente nel 1906 e nel 1923.

L'apparato di Thomson consisteva in un tubo a vuoto in cui un catodo riscaldato da un filamento emetteva elettroni per effetto termoionico. Gli elettroni emessi venivano accelerati da una differenza di potenziale V , applicata fra anodo e catodo, verso un anodo dotato di un foro centrale che permetteva la fuoriuscita di un pennello collimato di elettroni.



Gli elettroni così accelerati entravano in una regione di piano in cui erano presenti un campo elettrico \vec{E} e un campo magnetico \vec{B} mutuamente perpendicolari e perpendicolari entrambe alla direzione del moto degli elettroni, come schematizzato nella figura sopra. Gli elettroni del fascio in presenza di un campo elettrico o di un campo magnetico vengono deflessi e Thomson, "bilanciando" la deflessione dovuta al campo elettrico con la deflessione dovuta

al campo magnetico e misurando la deflessione in assenza del campo magnetico, riuscì ad ottenere il valore del rapporto q/m .

La fisica del fenomeno:

Forza di Coulomb e Forza di Lorentz

Una carica elettrica q immersa in un campo elettrico \vec{E} subisce una forza, detta **Forza di Coulomb**:

$$\vec{F}_C = q\vec{E} \quad (1)$$

Se invece la medesima particella attraversa con velocità \vec{v} una regione spaziale in cui è presente un campo magnetico \vec{B} essa subirà una forza, detta di Lorentz, data dalla relazione:

$$\vec{F}_L = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2)$$

La direzione della **Forza di Lorentz** si ottiene dalla regola della mano destra ed è perpendicolare sia al vettore \vec{v} che al vettore \vec{B} . L'intensità di tale forza invece è data dal valore:

$$F_L = qvB \sin \theta \quad (3)$$

dove θ è l'angolo compreso fra i vettori \vec{v} e \vec{B} .

Prendendo i tre vettori \vec{E} , \vec{B} e \vec{v} perpendicolari fra di loro abbiamo che $\sin \theta = 1$ e che \vec{F}_C

ed \vec{F}_L sono paralleli fra di loro così che possiamo lavorare con equazioni puramente scalari.

Determinazione della velocità dell'elettrone:

Considerando un elettrone come un proiettile di massa m che viene accelerato da una differenza di potenziale V applicata fra catodo e anodo noi sappiamo che per la conservazione dell'energia l'incremento dell'energia cinetica ΔK deve essere pari al decremento dell'energia potenziale ΔU secondo la relazione:

$$K_i + U_i = K_f + U_f \quad (4)$$

Immaginando che l'elettrone parta da fermo abbiamo che:

$$0 + 0 = \frac{1}{2}mv^2 - qV \quad (5)$$

Dove il segno meno è dovuto al segno, convenzionalmente negativo, della carica dell'elettrone per cui:

$$qV = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6)$$

L'idea di Thomson

Ora l'idea di Thomson era quella di fare in modo che le due forze \vec{F}_C ed \vec{F}_L fossero uguali e contrarie in modo che si annullassero vicendevolmente per poter ottenere la velocità v degli elettroni. Passando quindi ad una notazione scalare abbiamo che:

$$qvB = qE \quad (7)$$

Per cui

$$v = \frac{E}{B} \quad (8)$$

Sfruttando la conservazione dell'energia possiamo scrivere quindi

$$v^2 = \frac{2qV}{m} = \left(\frac{E}{B}\right)^2 \quad (9)$$

da cui esplicitando il rapporto q/m otteniamo:

$$\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2VB^2} \quad (10)$$

Conoscendo quindi l'intensità \mathbf{E} del campo elettrico, quella \mathbf{B} del campo magnetico e il potenziale \mathbf{V} di accelerazione è possibile ricavare il rapporto $\mathbf{q/m}$.

In realtà Thomson non fece così come da noi descritto perché la relazione $qV = \frac{1}{2}mv^2$ presuppone che l'energia termica di partenza sia trascurabile. Per ovviare quindi a questo problema una volta determinata la velocità del fascio di elettroni mediante la relazione $v = E/B$ egli spense il campo magnetico e andò a misurare la deflessione ottenuta per opera del solo campo elettrico.

Tenendo conto della seconda equazione di Newton:

$$F = ma = qE \quad (11)$$

Per cui:

$$a = \frac{q}{m}E \quad (12)$$

Siccome il moto è uniformemente accelerato la deflessione y diventa

$$y = \frac{1}{2}at^2 \quad (13)$$

andando poi a sostituire il valore dell'accelerazione e ricordandosi che il tempo necessario ad attraversare lo spazio compreso fra le lamine del condensatore di lunghezza L è dato da

$$t = \frac{L}{v} = L \frac{B}{E} \quad (14)$$

la deflessione y diventa:

$$y = \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E t^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \left(\frac{L}{v}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} E \left(\frac{LB}{E}\right)^2 = \frac{1}{2} \frac{q}{m} \frac{L^2 B^2}{E} \quad (15)$$

E quindi:

$$\frac{q}{m} = \frac{2E y}{B^2 L^2} \quad (16)$$

LA NOSTRA RIVISITAZIONE DELL'ESPERIMENTO:

Per rivisitare l'esperimento di Thomson abbiamo utilizzato una valvola ULTRON EM34 trovata in un armadio del laboratorio di Fisica: una valvola che assieme ad altre valvole simili (come ad esempio la sua gemella ULTRON EM4 oppure la RCA 6E5 o la RCA 6AF6G) viene chiamata "occhio magico" e veniva utilizzata come monitor di sintonia per le radio.

Questa valvola ha un sottile elettrodo centrale cilindrico che, una volta riscaldato, emette elettroni, i quali, accelerati dalla griglia posta attorno a tale elettrodo, si muovono verso lo schermo conico ricoperto di fosfori luminescenti. Due elettrodi secondari opportunamente polarizzati determinano l'apertura angolare del fascio di elettroni.

Gli elettroni, una volta usciti fuori dalla verticale del coperchio metallico, hanno una velocità che può essere considerata in prima approssimazione costante (come possiamo notare dal fatto che i raggi seguono delle linee circolari). Se ora noi inseriamo tale valvola all'interno di un solenoide che genera un campo magnetico spazialmente uniforme gli elettroni che escono radialmente subiranno l'effetto di una forza di Lorentz dovuta al campo magnetico diretto lungo l'asse della valvola.

Abbiamo detto nella sezione precedente che una carica elettrica q , che si muove con velocità v perpendicolarmente alle linee di forza di un campo di induzione magnetica B uniforme, è sottoposta ad una forza, detta di Lorentz, la cui intensità è

$$F_L = qvB \quad (17)$$

Quando la particella carica entra nella regione del campo magnetico, su di essa in ogni istante agisce la forza di intensità costante perpendicolare alla sua direzione, il moto della particella sarà di conseguenza un moto circolare uniforme e conseguentemente la traiettoria descritta dalla particella è una circonferenza.

Si può trovare il raggio R di questa circonferenza applicando la seconda legge di Newton

$$F = ma \quad (18)$$

dove, in questo caso, a è l'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad (19)$$

Confrontando le due formule si ricava:



$$m \frac{v^2}{R} = qvB \quad (20)$$

Da cui si ottiene:

$$v = \frac{qRB}{m} \quad (21)$$

Se la carica è quella di un elettrone emesso per effetto termoelettronico da un elettrodo riscaldato (catodo) ed accelerato verso un anodo forato da una tensione V , la sua energia cinetica è data da:

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad (22)$$

Esplicitando v^2 dalla (22) si ottiene:

$$v^2 = \frac{2qV}{m} \quad (23)$$

elevando al quadrato entrambi i termini della (21) ed eguagliando alla (23) si ricava:

$$\frac{2qV}{m} = \left(\frac{qRB}{m}\right)^2 \quad (24)$$

Semplificando e ri-arrangiando i termini si ottiene:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2B^2} \quad (25)$$

Esplicitando R in funzione degli altri parametri, otteniamo:

$$R = \sqrt[2]{\frac{mV}{qB^2}} = \sqrt[2]{\frac{m}{q}V} \cdot \frac{1}{B} \quad (26)$$

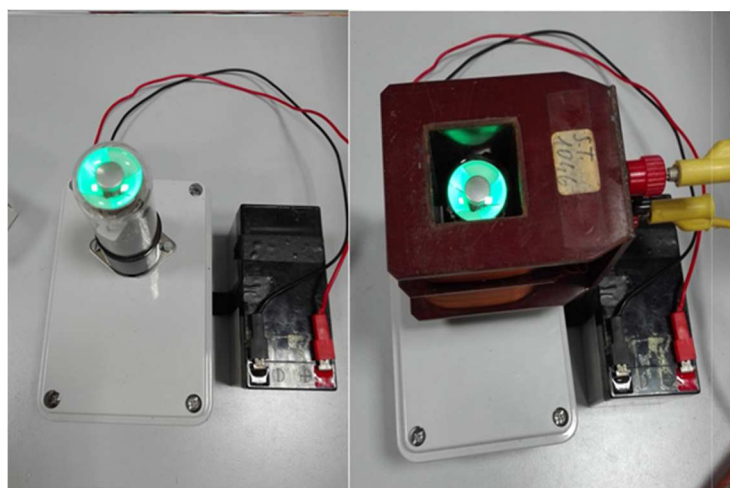
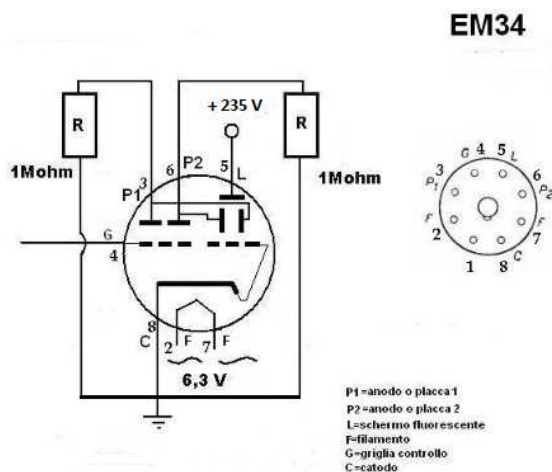
Il nostro apparato sperimentale

L' apparato sperimentale da noi costruito accelera elettroni che urtano contro lo schermo ed è composto dalle seguenti parti:

- Un "occhio magico" ULTRON EM34
- Un Modulo NCH6100HV High Voltage DC Power Supply Module che fornisce una tensione di accelerazione settata a 235V
- Un DC-DC converter regolabile, settato a 6.3V, per alimentare il filamento della valvola
- Una scatola di derivazione in plastica per contenere l'elettronica e montare lo zoccolo della valvola
- Un solenoide di altezza $H=15.2$ cm e Diametro $D=4.7$ cm composto da due strati di avvolgimento da 105 spire l'uno
- Un generatore di tensione regolabile da 0 a 30V e limitabile in corrente per alimentare il solenoide e un alimentatore da 12V per alimentare l'elettronica della valvola.
- Un multimetro usato per misurare la tensione di accelerazione degli elettroni e come amperometro per misurare la corrente che circola nel solenoide
- Un Gaussmetro ad effetto Hall per misurare precisamente il campo B all'interno del solenoide

Costruzione dell'apparato e procedura sperimentale

Abbiamo montato lo zoccolo con la valvola sul coperchio della scatola mentre, all'interno di essa, sono stati montati il modulo NCH6100HV e il regolatore di tensione per l'alimentazione del filamento; i collegamenti sono stati fatti seguendo i datasheets della valvola riportati nell'immagine più a destra. La griglia G può essere regolata, con un partitore realizzato con un potenziometro da $1M\Omega$, fino ad un massimo di 100V per fornire una pre-accelerazione agli elettroni e ottenere così una velocità più uniforme.

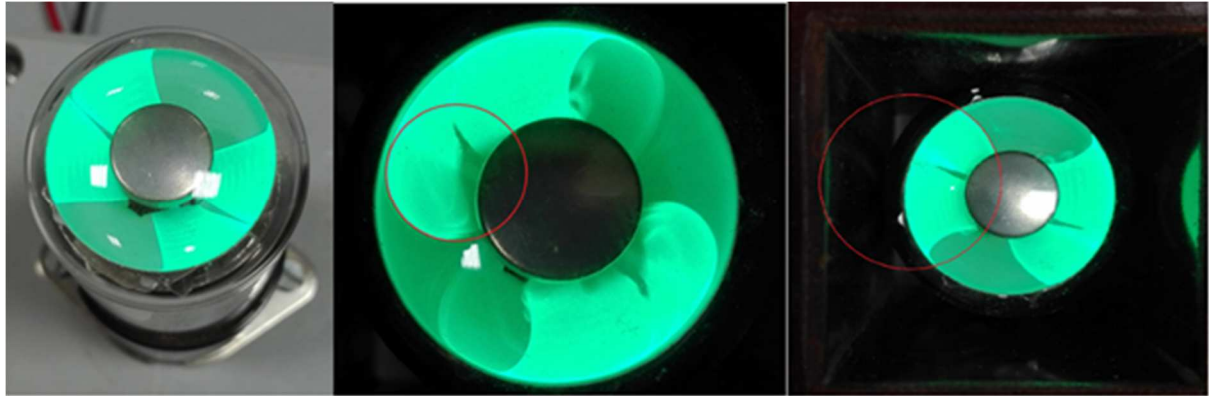


Abbiamo poi montato la valvola ULTRON EM34 sullo zoccolo e l'abbiamo inserita al centro di un solenoide cilindrico di cui erano noti il numero di spire N , la lunghezza L e il diametro D (da notare che il solenoide in figura è diverso da quello utilizzato nell'esperimento). La corrente erogata dal generatore al solenoide è stata misurata con un normale multimetro usato come amperometro.

In base all'equazione (26) il parametro q/m lo possiamo ottenere una volta noti la tensione V di accelerazione ($V=235V$), il campo B (che può essere misurato con un Gaussmetro) e il raggio R .

Per misurare il raggio R abbiamo fotografato l'occhio magico immerso nel campo magnetico a vari valori di corrente I e analizzato l'immagine con il software "Fiji" (Fiji is just Imagej) che ha uno strumento che permette di interpolare archi di circonferenza fornendo i parametri dell'interpolazione ed in particolare la misura del diametro.

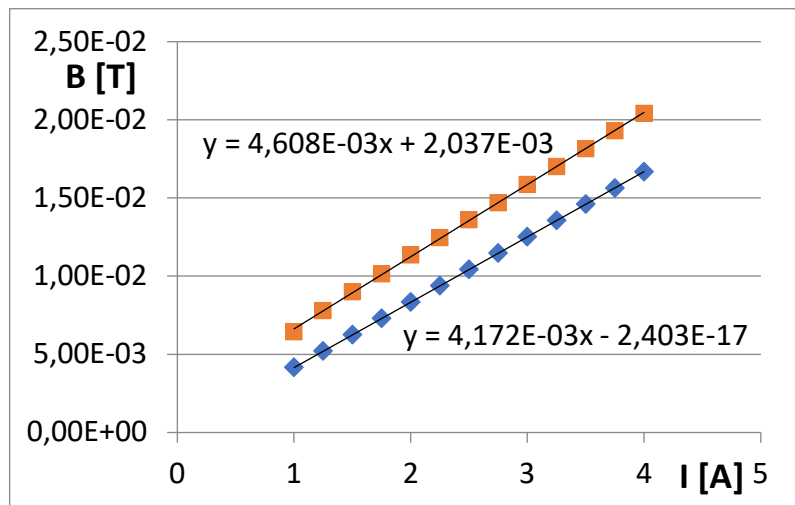
Confrontando i valori del diametro così ottenuti con il valore ottenuto per un diametro noto (ad esempio quello del coperchietto centrale, di diametro pari a 1.00 cm) è possibile ottenere con buona approssimazione il valore del diametro e quindi del raggio R .



Nella figura qui sopra è possibile notare. L'occhio magico non perturbato dal campo nella prima immagine a sinistra e poi scorrendo verso destra l'occhio magico perturbato con due diversi valori di campo B (più alto al centro e più basso a destra) e le relative circonferenze che interpolano i due profili ad arco.

Analisi dati:

Dal punto di vista teorico il campo interno al centro del solenoide, può essere calcolato tramite la relazione:



$$B_T = \mu_0 \frac{N}{L} I \left(1 - \frac{1}{2} \frac{D^2}{L^2} \right) \quad (27)$$

che tiene conto anche delle dimensioni finite del solenoide. Però, per essere sicuri del campo **B** interno, lo abbiamo anche misurato mediante un Gaussmetro ad effetto Hall gentilmente fornitoci dal dipartimento di Fisica della vicina Università. Infatti analizzando i dati ci siamo accorti che il raggio non era inversamente proporzionale alla corrente **I** iniettata nel solenoide e questo perché all'interno della valvola è presente del materiale ferromagnetico che modifica il campo e ci ha costretto a misurarlo direttamente con la sonda Hall. Nella tabella sottostante sono riportati i dati sperimentali da noi raccolti:

Corrente [A]	B Teorico [T]	B Sperimentale [T]	Raggio [m]	Dev. St. Raggio [m]	q/m [C/kg]
1,00	4,172E-03	6,440E-03	1,041E-02	3,794E-02	1,05E+11
1,25	5,215E-03	7,800E-03	9,337E-03	9,617E-03	8,90E+10
1,50	6,258E-03	9,000E-03	7,841E-03	4,662E-03	9,48E+10
1,75	7,301E-03	1,015E-02	6,840E-03	2,282E-03	9,79E+10
2,00	8,344E-03	1,136E-02	5,694E-03	1,678E-03	1,13E+11
2,25	9,388E-03	1,247E-02	5,561E-03	6,060E-04	9,82E+10
2,50	1,043E-02	1,360E-02	4,643E-03	4,106E-04	1,18E+11
2,75	1,147E-02	1,470E-02	3,706E-03	4,835E-04	1,59E+11

3,00	1,252E-02	1,586E-02	3,638E-03	3,821E-04	1,42E+11
3,25	1,356E-02	1,700E-02	3,069E-03	6,456E-04	1,73E+11
3,50	1,460E-02	1,815E-02	2,887E-03	6,632E-04	1,72E+11
3,75	1,565E-02	1,929E-02	2,661E-03	7,060E-04	1,79E+11
4,00	1,669E-02	2,041E-02	2,844E-03	5,275E-04	1,40E+11
Media q/m					1,29E+11
Dev. St. q/m					3,31E+10
Dev. St. Perc.					25,6%

I dati del campo **B** ottenuti, analizzati e “graficati” con Excel, sono riportati nella figura posta sopra la tabella. Sulle ascisse abbiamo la corrente **I** e sulle ordinate il campo **B** misurato in Tesla. In blu abbiamo il campo teorico al centro del solenoide in assenza della valvola EM34 (che coincide entro l’1% con quello misurato sperimentalmente) e in rosso quello perturbato dalla valvola, misurato col Gauss-meter.

Per ottenere il valore di q/m partendo dai nostri dati possiamo ripartire dall’equazione (25)

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 B^2}$$

e calcolare i valori di q/m per ogni dato di corrente. Questo è quello che abbiamo fatto nell’ultima colonna della tabella dati soprastante. Come si può vedere i valori di q/m ottenuti sono in quasi tutti più bassi del valore internazionale riconosciuto che è di

$$\frac{q}{m} = 1,76 \cdot 10^{11} \text{ C/kg}$$

Occorre però notare che la media dei valori non è assolutamente il modo migliore per ottenere il parametro q/m ma interpolare i dati ottenuti con la curva teorica. Partendo quindi dall’equazione (25) inserendo l’espressione teorica del campo magnetico di un solenoide infinito dovrei ottenere:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 B^2} = \frac{2V}{R^2 (\mu_0 n I)^2} \quad (28)$$

Considerando però il fatto che il campo è perturbato e può essere ben espresso, come mostrato nella figura sopra, dalla relazione

$$B = B_S + B_M = aI + b \quad (29)$$

otteniamo:

$$\frac{q}{m} = \frac{2V}{R^2 (B_S + B_M)^2} = \frac{2V}{R^2 (aI + b)^2} \quad (30)$$

dove B_S è il campo del solenoide e B_M è il termine dovuto alla magnetizzazione mentre i parametri a e b sono quelli ottenuti sperimentalmente e riportati sul grafico:

$$\begin{cases} a = 4,608E - 03 \\ b = 2,037E - 03 \end{cases}$$

Riscrivendo dunque l’equazione (30) mettendo in evidenza la R otteniamo:

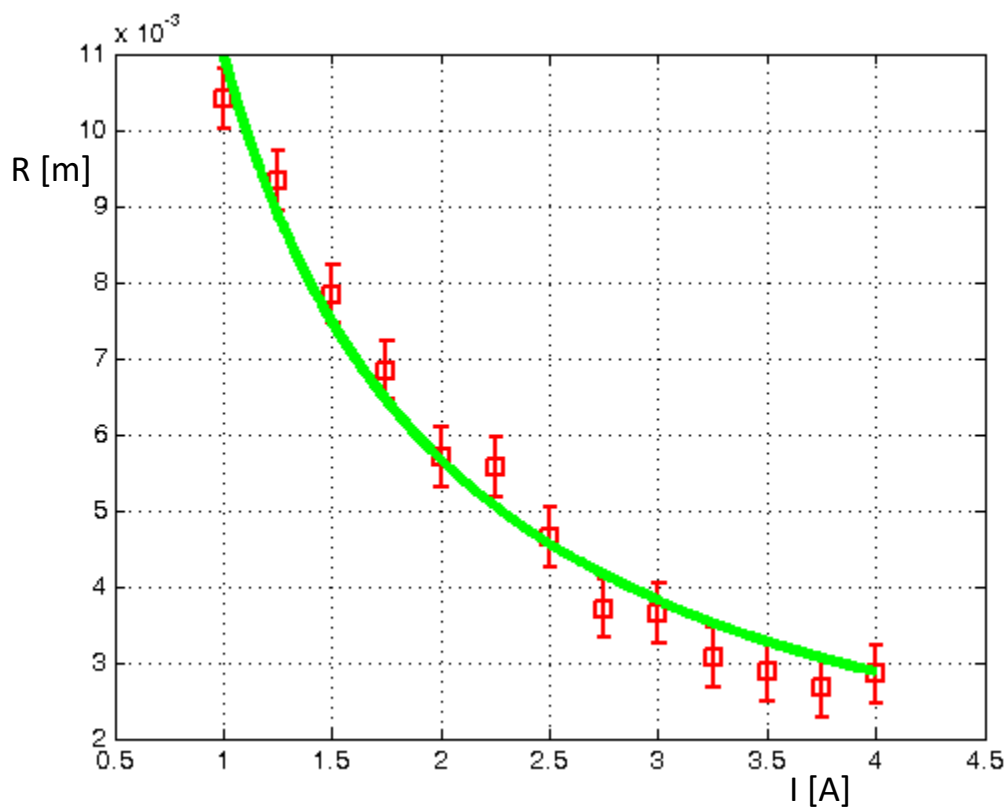
$$R = \sqrt[2]{2 \frac{m}{q} V} \cdot \frac{1}{(B_S + B_M)} \quad (31)$$

$$R = \sqrt[2]{2 \frac{m}{q} V} \cdot \frac{1}{(aI + b)} \quad (32)$$

Dunque possiamo interpolare usando come modello la funzione (31) che ha B_S come variabile indipendente ed m/q e B_M come parametri del fit, oppure la funzione (32) che ha con I come variabile indipendente i parametri a e b fissati ed m/q come parametro libero. Il primo modello appare più ragionevole essendo difficile per noi valutare il campo esatto che gli elettroni subiscono all'interno della valvola. In tabella i risultati dei parametri del fit.

	q/m [C/kg]	a [T/A] fissato	b = B_M [T]
Valore:	1.987e+11	4.172E-03	2.7e-04
Incerteza:	2.10e+10	0	3.2e-04

Come possiamo osservare adesso il valore si avvicina decisamente meglio e sembra che a dominare l'incerteza sperimentale sia l'incerteza sul campo magnetico interno della valvola. Di sotto il grafico dei dati sperimentali col plot del fit. In ascissa R espresso in metri, in ordinata la corrente I espressa in Ampere.



In figura il plot di R in funzione della corrente I