



## UN PARACADUTE INVISIBILE

Un percorso didattico per indagare l'induzione magnetica.

### PRESENTAZIONE

Si vuole studiare la caduta di un piccolo magnete in un tubo verticale. Il tempo di caduta del magnete cambia a seconda che il tubo sia di materiale conduttore o isolante.

Se uno stesso magnete viene fatto cadere, all'interno di un tubo verticale di alluminio o di rame, impiega più tempo per arrivare a terra rispetto al caso in cui il tubo sia di vetro o plastica, a parità di altezza: ciò significa che il magnete all'interno del tubo si muove molto più lentamente, come se fosse sostenuto da un invisibile paracadute.

### OBIETTIVI

Si chiede agli studenti di indagare come avviene questo fenomeno.

Dapprima si invitano ad una analisi qualitativa del fenomeno osservato per congetturare da quali variabili possa dipendere. Possono essere chiamati in causa i seguenti parametri

- Tipo di materiale di cui è fatto il tubo (alluminio, rame, ottone)
- Sezione del tubo
- Spessore del tubo
- Massa del magnete
- Dimensioni del magnete
- Tipo di magnete

Si inizia con lo studio alcune caratteristiche del moto del magnete dentro il tubo: **I rilevazione**

Si analizzano alcuni dei parametri che possono influire su tale moto: **II rilevazione**

Si prospetta un modello matematico e si verifica: **III PARTE**

### MATERIALI:

- 5 magneti cilindrici di massa  $m = (0,47 \pm 0,01) g$
- 5 segmenti cilindrici di ottone uguali e di massa nota  $m = (2,83 \pm 0,01) g$
- Tubo di alluminio (o di rame) di lunghezza  $l = 1 m$  e diametro interno  $d = 0,75 cm$
- Metro (sensibilità 0,001 m)
- Cronometro (o cellulare: sensibilità 0,01 s)
- Carta millimetrata
- Pennarello indelebile punta fine

## I PARTE

Si fissa il tubo in posizione verticale e vi si lascia cadere il magnete cilindrico dentro.

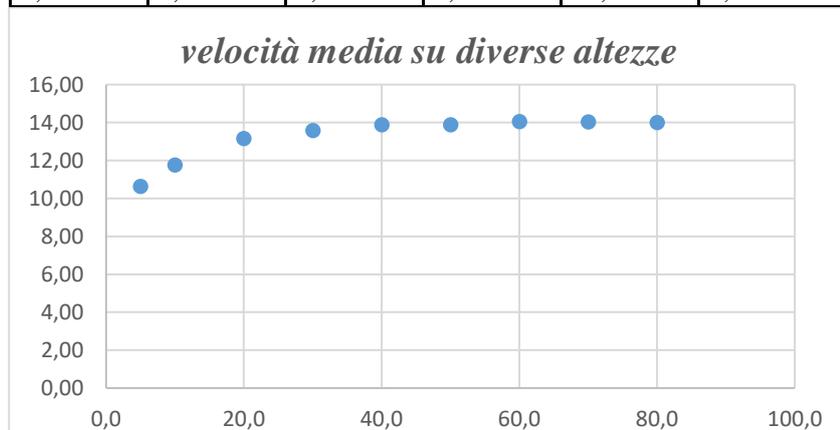
Per studiare la caduta da altezze diverse si blocca il magnete dentro il tubo appoggiando il secondo magnete all'altezza voluta fuori dal tubo: 80, 70, 60, 50, 40, 30, 20, 10, 5 cm.

Per ogni altezza si misura almeno tre volte il tempo di caduta.

L'altezza di caduta è  $h$ ,  $\Delta h$  l'incertezza sulle sue misure,  $t$  il tempo medio di caduta per tre successive prove,  $\Delta t$  la semidispersione massima di queste misure,  $v$  e  $\Delta v$  la velocità media e la sua incertezza.

TABELLA 1

$h$ [cm]	$\Delta h$ [cm]	$t_{media}$ [s]	$\Delta t$ [s]	$v$ [ $cm\ s^{-1}$ ]	$\Delta v$ [ $cm\ s^{-1}$ ]
80,0	0,5	5,71	0,20	14,01	0,6
70,0	0,5	4,99	0,10	14,03	0,4
60,0	0,5	4,27	0,10	14,05	0,4
50,0	0,5	3,60	0,10	13,89	0,5
40,0	0,5	2,88	0,10	13,89	0,7
30,0	0,5	2,21	0,00	13,57	0,2
20,0	0,5	1,52	0,10	13,16	1,2
10,0	0,5	0,85	0,10	11,76	2,0
5,0	0,5	0,47	0,10	10,64	3,3



Si osserva che dopo una fase iniziale transitoria la legge sperimentalmente determinata è quella di un moto rettilineo uniforme con velocità  $13,91 \pm 0,18$  cm/s.

## II rilevazione

Questa volta si fa cadere un “pacchetto” costituito dal magnete a cui è aggiunto un pezzo di ottone: il “pacchetto” cadrà a terra in meno tempo di prima. Ci si propone di indagare la relazione tra la massa “portata” dal magnetino e la sua velocità di caduta all’interno del tubo metallico. (Se si usano dei segmenti di ottone se ne può determinare la massa misurandone la lunghezza, dal momento che se ne conosce la densità lineare).

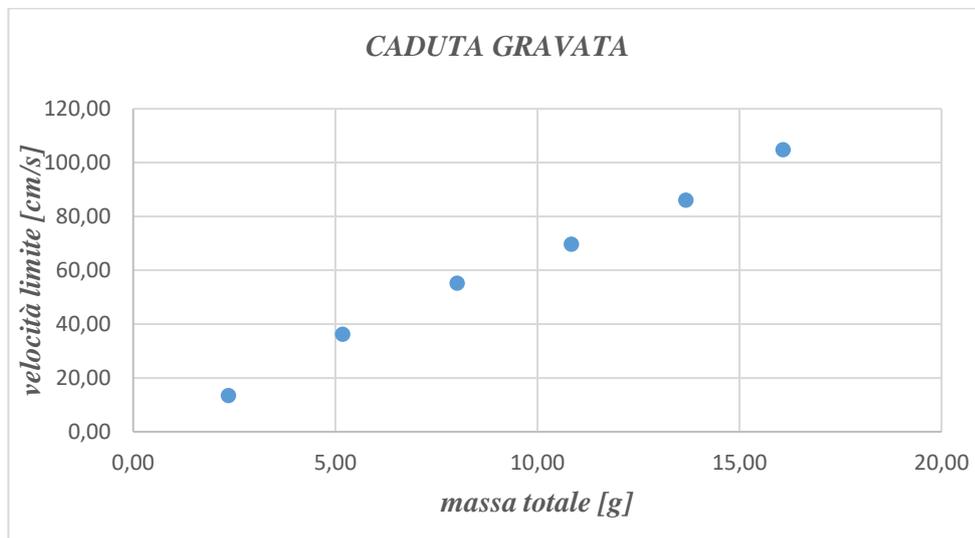
Si può misurare il tempo di caduta con masse diverse.

Per esplorare la dipendenza della velocità limite dalla massa il magnete è stato lasciato cadere sempre da un'altezza di 180 cm gravandolo via via con segmenti di tondino d'ottone. Anche in questo caso sono state prese tre misure per ogni caduta entro il tubo. Ci si propone di indagare la relazione tra la massa "portata" dal magnetino e la sua velocità di caduta all'interno del tubo metallico

Si ricava la costante  $k$  dal rapporto tra il peso in caduta e la velocità limite:  $k = mg/v$

$m$ (gr)	$v$ ( $cm\ s^{-1}$ )	$k=mg/v$ (kg/s)
2,35	13,43	0,171
5,18	36,19	0,140
8,01	55,17	0,142
10,84	69,69	0,152
13,67	86,00	0,156
16,08	104,79	0,150

Riportando in grafico i valori trovati si ottiene



Dal grafico, misurando il coefficiente angolare della retta, si può ricavare il valore  $k \sim 0,152\ N/s$

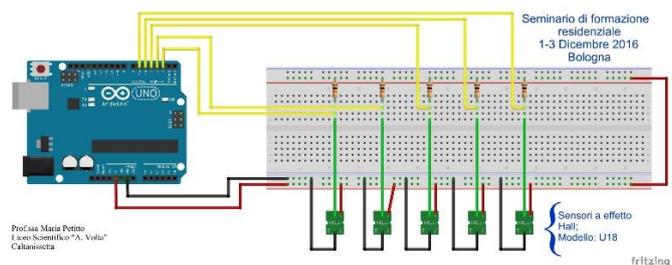
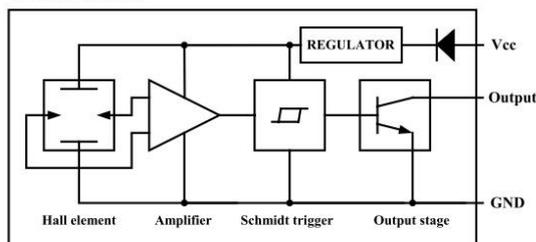
### III PARTE

#### MATERIALI:

- 5 magnetini di massa  $m = (0,47 \pm 0,01) g$
- 5 segmenti cilindrici di ottone uguali e di massa nota  $m = 2,83 \pm 0,01 g$
- Tubo di alluminio di lunghezza 1m e diametro interno 0,75 cm
- Metro (sensibilità 0,001 m)
- Cronometro (o cellulare: sensibilità 0,01 s)
- Carta millimetrata
- Pennarello indelebile punta fine

<b>Materiale necessario per rivelatore con sensori di effetto Hall</b>	
<u>Descrizione</u>	<u>Quantità</u>
Arduino Uno R3 Microcontroller	1
Piastra sperimentale di prototipizzazione	2
Sensore a Effetto Hall, Modello: U18 Tensione : 2.5-20V; Numero di Poli: 3	10
Resistenze 10kΩ	10
Cavo tripolare (tipo telefonico)	15 m
Cavo unipolare per ponticellature	2 m
Cavo USB compatibile con Arduino	1
Guaina termorestringente 2 mm.	1 m
Guaina termorestringente 5 mm.	1 m
<b>Software e hardware necessari</b>	
PC	
Programma di monitoraggio seriale tipo: Hype!Terminal.exe	
Foglio di calcolo	
Ambiente di sviluppo integrato (IDE) Arduino	
<b>Attrezzatura per il montaggio</b>	
Supporto "terza mano"	
Saldatore a stagno	
Filo di stagno 1 mm	

#### ■ BLOCK DIAGRAM



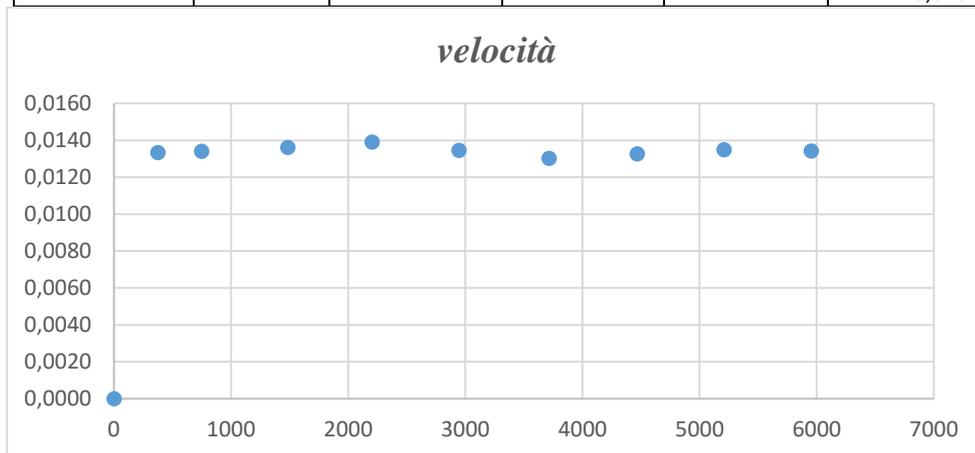
### Rilevazione misure con sensori di effetto Hall

La variazione di flusso di induzione magnetica dovuta alla caduta del magnete induce correnti parassite nel tubo metallico e queste a loro volta determinano una forza che agisce sul magnete e che, per la legge di Lenz, tende a ridurne la velocità fino a raggiungere, se il magnete è abbastanza intenso e il tubo abbastanza stretto e a pareti sufficientemente spesse, una velocità limite.

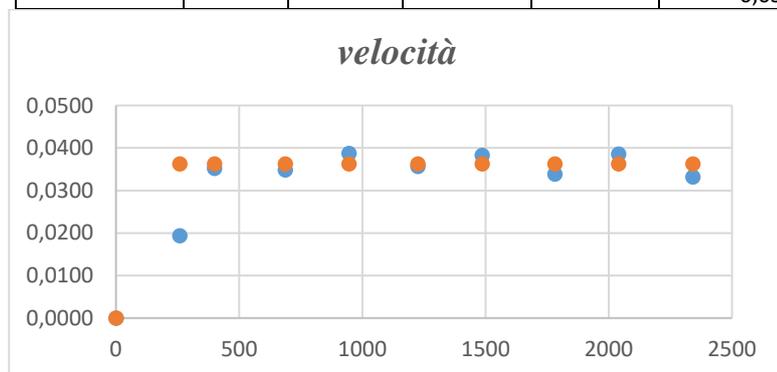
Tenendo il tubo in posizione verticale si lascia cadere il magnetino dentro: per farlo partire dalla posizione del primo sensore Hall (n°0) all'istante iniziale. Quando tutti i sensori sono settati nella stessa posizione (I/O) si dà inizio alla sua caduta rimuovendo ed allontanando rapidamente il magnete esterno.

I 9 sensori successivi rilevano il passaggio del primo polo del magnete e l'istante di tempo in cui avviene. Collegando l'interfaccia al computer e riportando i dati in Excel si ottiene il grafico degli intervalli di tempo intercorsi tra un passaggio ed il successivo, e le velocità medie nei nove intervalli misurati, e di seguito riportati:

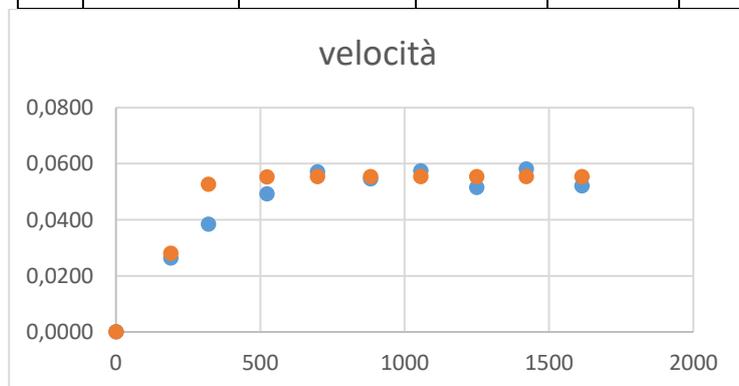
<i>5 magnetini</i>					
<i>n° sensore Hall</i>	<i>t [ms]</i>	$\Delta t$ [ms]	<i>h [cm]</i>	$\Delta h$ [cm]	<i>v [cm/ms]</i>
0	0	0	90,0	0,0	0,0000
1	375	375	85,0	5,0	0,0133
2	748	373	80,0	5,0	0,0134
3	1483	735	70,0	10,0	0,0136
4	2202	719	60,0	10,0	0,0139
5	2945	743	50,0	10,0	0,0135
6	3713	768	40,0	10,0	0,0130
7	4467	754	30,0	10,0	0,0133
8	5208	741	20,0	10,0	0,0135
9	5953	745	10,0	10,0	0,0134
					0,0134



<i>5 magnetini + 1 massa rame</i>						
$n^{\circ}$ sensore Hall	$t$ [ms]	$\Delta t$ [ms]	$h$ [cm]	$\Delta h$ [cm]	$v$ [cm/ms]	$v$ teorico
0	0	0	90,0	0,0	0,0000	0
1	258	258	85,0	5,0	0,0194	0,036263
2	400	142	80,0	5,0	0,0352	0,036296
3	687	287	70,0	10,0	0,0348	0,036297
4	945	258	60,0	10,0	0,0388	0,036297
5	1225	280	50,0	10,0	0,0357	0,036297
6	1486	261	40,0	10,0	0,0383	0,036297
7	1781	295	30,0	10,0	0,0339	0,036297
8	2040	259	20,0	10,0	0,0386	0,036297
9	2341	301	10,0	10,0	0,0332	0,036297
					0,0362	

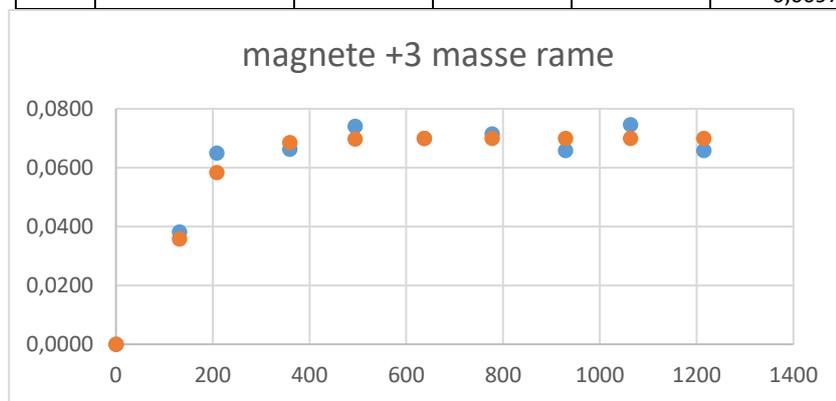


<i>5 magnetini + 2 masse rame</i>						
$n^{\circ}$	$t$ [ms]	$\Delta t$ [ms]	$h$ [cm]	$\Delta h$ [cm]	$v$ [cm/ms]	$v$ Th (cm/ms)
0	0	0	90,0	0,0	0,0000	0
1	190	190	85,0	5,0	0,0263	0,028107
2	320	130	80,0	5,0	0,0385	0,052619
3	523	203	70,0	10,0	0,0493	0,055262
4	698	175	60,0	10,0	0,0571	0,055333
5	881	183	50,0	10,0	0,0546	0,055337
6	1055	174	40,0	10,0	0,0575	0,055337
7	1249	194	30,0	10,0	0,0515	0,055337
8	1421	172	20,0	10,0	0,0581	0,055337
9	1613	192	10,0	10,0	0,0521	0,055337
					0,0552	



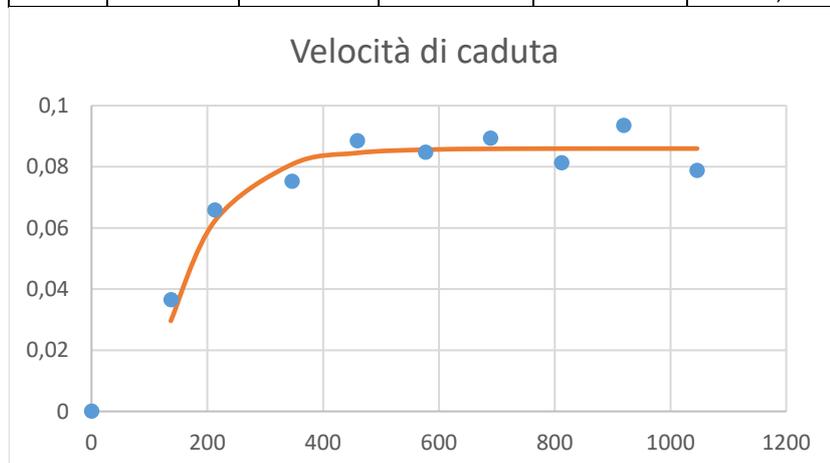
**5 magnetini + 3 masse rame**

$n^{\circ}$	$t$ [ms]	$\Delta t$ [ms]	$h$ [cm]	$\Delta h$ [cm]	$v$ [cm/ms]	$v_{th}$
0	0	0	90,0	0,0	0,0000	0
1	131	131	85,0	5,0	0,0382	0,035741
2	208	77	80,0	5,0	0,0649	0,058336
3	359	151	70,0	10,0	0,0662	0,068562
4	494	135	60,0	10,0	0,0741	0,06975
5	637	143	50,0	10,0	0,0699	0,069932
6	777	140	40,0	10,0	0,0714	0,069957
7	929	152	30,0	10,0	0,0658	0,06996
8	1063	134	20,0	10,0	0,0746	0,069961
9	1215	152	10,0	10,0	0,0658	0,069961
					0,0697	



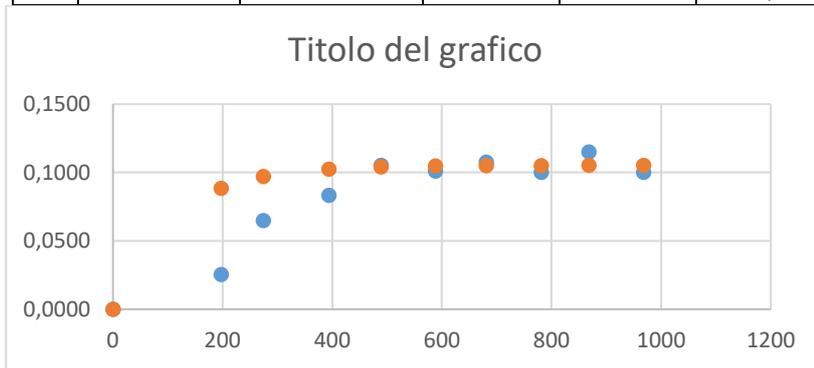
**5 magnetini + 4 masse rame**

$n^{\circ}$	$t$ [ms]	$\Delta t$ [ms]	$h$ [cm]	$\Delta h$ [cm]	$v$ [cm/ms]	$v_{teorica}$
0	0	0	90,0	0,0	0,0000	
1	137	137	85,0	5,0	0,0365	0,029608
2	213	76	80,0	5,0	0,0658	0,062289
3	346	133	70,0	10,0	0,0752	0,080774
4	459	113	60,0	10,0	0,0885	0,084534
5	577	118	50,0	10,0	0,0847	0,085592
6	689	112	40,0	10,0	0,0893	0,08586
7	812	123	30,0	10,0	0,0813	0,085938
8	919	107	20,0	10,0	0,0935	0,085956
9	1046	127	10,0	10,0	0,0787	0,085962
					0,0860	

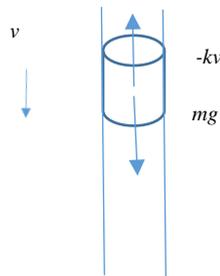


5 magnetini + 5 masse rame

$n^{\circ}$	$t [ms]$	$\Delta t [ms]$	$h [cm]$	$\Delta h [cm]$	$v [cm/ms]$	
0	0	0	90,0	0,0	0,0000	0
1	197	197	85,0	5,0	0,0254	0,088423
2	274	77	80,0	5,0	0,0649	0,097001
3	394	120	70,0	10,0	0,0833	0,102498
4	489	95	60,0	10,0	0,1053	0,104065
5	588	99	50,0	10,0	0,1010	0,104727
6	681	93	40,0	10,0	0,1075	0,10498
7	781	100	30,0	10,0	0,1000	0,105091
8	868	87	20,0	10,0	0,1149	0,105131
9	968	100	10,0	10,0	0,1000	0,105151
					0,1048	



Per determinare un modello matematico occorre tenere presente che la risultante delle forze agenti lungo l'asse delle y dà l'equazione del moto:  $mg - kv = m \cdot a$



A regime l'accelerazione è nulla e quindi la velocità limite vale  $v_l = mg/k$ .

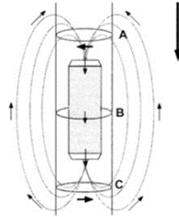
L'equazione del moto:

$$mg - kv = m \cdot \frac{dv}{dt}$$

è un'equazione differenziale del primo ordine a variabili separabili, che ha come soluzione la funzione:

$$v(t) = \frac{mg}{k} \left( 1 - e^{-\frac{k}{m}t} \right)$$

I valori teorici previsti dal modello sono stati inseriti in rosso nei grafici che riportano i valori sperimentali in blu.



Segue l'analisi del fenomeno di induzione magnetica: la variazione del flusso del campo magnetico  $\Phi_s(\vec{B})$  del magnete, attraverso le sezioni s del tubo di alluminio durante la caduta all'interno di esso, genera la forza elettromotrice indotta  $\varepsilon_s$  che si oppone alla variazione nel tempo del flusso di  $\vec{B}$ :  $\varepsilon_s = -\frac{d\Phi_s(\vec{B})}{dt}$

La f.e.m. genera una corrente indotta che circola attraverso la spira della sezione s del tubo di metallo attraversato in senso tale da opporsi alla variazione di flusso che l'ha generato

$$\varepsilon_s = i_s R \quad \text{e quindi} \quad i_s = -\frac{1}{R} \frac{d\Phi_s(\vec{B})}{dt} \quad \text{dove } R \text{ è la resistenza della sezione di Alluminio.}$$

La corrente  $i_s$ , a sua volta genera un campo magnetico diretto, all'interno della spira, verso l'alto rallentando il moto del magnete.

Il segno meno sta ad indicare che la corrente indotta dalla forza elettromotrice percorre la sezione del tubo nella direzione in cui il campo magnetico da essa generato tende a compensare la variazione del flusso, come è noto dalla legge di Lenz.