

# Misura del potere rotatorio di una soluzione zuccherina

## Ambito curricolare

Triennio del liceo scientifico, quinto anno.

## Prerequisiti

Conoscenza dell'ottica geometrica e dell'ottica fisica; conoscenza della natura di onda elettromagnetica della luce e della trasversalità delle onde luminose. Conoscenza della propagazione degli errori per somme, differenze, prodotti e quozienti.

## Obiettivi

Conoscenza approfondita dei fenomeni ondulatori con particolare riguardo all'aspetto della polarizzazione. Saper riconoscere le applicazioni più comuni della polarizzazione della luce (fotografia, ottica, analisi chimica, biologia).

## Metodologia

Attraverso un percorso che va dal laboratorio povero qualitativo (esperienza 0), al laboratorio esplorativo semiquantitativo (esperienza 1, esperienza 2), al laboratorio virtuale (esperienza 3) fino al laboratorio quantitativo (esperienza 4) si acquisiscono i concetti relativi alla polarizzazione delle onde.

### *Potere rotatorio di una soluzione zuccherina*

Sostanze otticamente attive, come lo zucchero costituite da molecole contenenti atomi di carbonio in posizione asimmetrica, hanno la proprietà di ruotare il piano di giacitura della luce linearmente polarizzata. La rotazione avviene attorno alla direzione di propagazione in verso orario o antiorario a seconda delle sostanze disciolte nella soluzione.

Una soluzione zuccherina interposta tra un polarizzatore ed un analizzatore con piani perpendicolari fa sì che parte della luce già polarizzata riesca ad attraversare l'analizzatore. L'angolo di rotazione dell'analizzatore che si rende necessario per annullare la porzione di luce trasmessa è una misura da cui si può ricavare la concentrazione dello zucchero nella soluzione. Su questo principio si basa il funzionamento dello strumento chiamato *polarimetro*.

Infatti misure dell'angolo di rotazione del piano di polarizzazione vengono ampiamente usate nella tecnica polarimetrica, per determinare la concentrazione delle soluzioni ed in particolare quelle di zuccheri.

### *Esperienza n. 4*

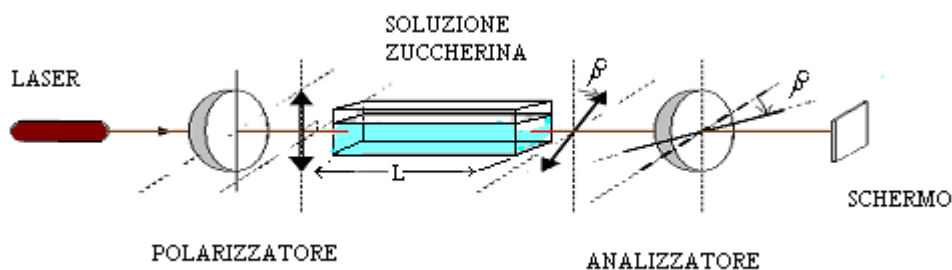
#### **Strumenti e materiali utilizzati:**

- a) laser a diodo (635÷670 nm, luce rossa)
- b) torcia elettrica (luce bianca)

- c) dinamometri usati come bilancia (sensibilità di 1 grammo e di 20 grammi)
- d) 2 bicchieri in plastica di massa  $(4 \pm 1)$  grammi e  $(8 \pm 1)$  grammi
- e) vaschetta in vetro con pareti piane e parallele contenente una soluzione zuccherina in acqua
- f) polarizzatore e analizzatore dotati di scala goniometrica con suddivisioni pari a  $5^\circ$
- g) acqua di rubinetto
- h) zucchero da cucina
- i) schermo di cartone.

*Scopo dell'esperienza:*

osservando la sparizione sullo schermo del fascetto passante attraverso la soluzione zuccherina e l'analizzatore polaroid, determinare il potere rotatorio R del saccarosio.



*Procedimento seguito:*

L'ampiezza della rotazione dipende dal potere rotatorio della molecola otticamente attiva in soluzione e dal numero di molecole con le quali il fascio di luce interagisce, numero a sua volta dipendente dalla concentrazione e dallo spessore della soluzione attraversata. Altri parametri da cui dipende la rotazione sono la temperatura e la lunghezza d'onda della luce. Per esempio, nel visibile, tale rotazione è maggiore per la luce blu che per quella rossa. In sostanza, quando luce bianca polarizzata emerge dalla soluzione trasparente, i suoi colori non vibrano più tutti nello stesso piano: un filtro polarizzatore è perciò in grado di fermare alcuni colori e farne passare altri, sicché non c'è estinzione totale della luce.

Tuttavia per una maggiore completezza, noi abbiamo utilizzato sia luce monocromatica (rossa) che luce bianca ed abbiamo lavorato a temperatura ambiente.

Utilizzando comune zucchero bianco ed acqua potabile, non ci siamo preoccupati delle complicazioni dovute alla presenza di impurità, che hanno principalmente l'effetto di ridurre l'angolo di rotazione della luce polarizzata. Misure con attendibilità scientifica esigono invece strumentazione specifica e grande accortezza nella preparazione delle soluzioni.

In questa esperienza abbiamo eseguito due set di misure a spessore fissato (le due dimensioni della vaschetta) variando la concentrazione della soluzione zuccherina.

Abbiamo verificato che quando il polarizzatore e l'analizzatore sono "incrociati" (a 90 gradi) con il contenitore vuoto interposto, si ha l'estinzione totale della luce all'uscita dall'analizzatore.

Le misure sono state eseguite in una stanza buia per apprezzare meglio i massimi e i minimi di luminosità sullo schermo. L'occhio umano infatti è molto "sensibile" alle variazioni di intensità luminosa (ed insensibile alla polarizzazione della luce).

Il valore atteso del potere rotatorio per il saccarosio a 25 °C è 6,7°/(m %) (6,7 gradi per ogni metro di soluzione e per ogni percento di concentrazione) per la luce gialla del sodio ( $\lambda = 589$  nm).

Nelle determinazioni polarimetriche il potere rotatorio specifico di una sostanza viene definito nel modo seguente:

$$R_{\lambda} = \frac{\beta}{l \cdot c}$$

dove

- $R_{\lambda}$  indica appunto il potere rotatorio specifico alla temperatura  $t$ , per luce di lunghezza d'onda  $\lambda$  e per solvente noto;
- $\beta$  è l'*attività ottica* ossia l'angolo di rotazione del piano di polarizzazione della luce, misurato in gradi sessagesimali;
- $l$  è lo spessore di soluzione attraversato dal fascio laser misurato in metri
- $c$  è la concentrazione percentuale espressa in  $\frac{\text{grammi di soluto}}{\text{grammi di soluzione}}$ .

L'attività ottica dipende dunque linearmente dalla concentrazione percentuale  $c$  e dalla lunghezza  $l$  del campione secondo la relazione nota come *legge di Biot* scoperta nel 1815 :

$$\beta = R_{\lambda} \cdot l \cdot c .$$

Per verificare la doppia linearità in spessore ed in concentrazione abbiamo effettuato misure fissando l'uno e variando l'altro.

**Attenzione: Per ragioni di sicurezza il fascio laser deve assolutamente sempre essere diretto in modo da incidere sullo schermo. Mentre si inseriscono i filtri e la vaschetta trasparente spegnere il laser oppure porre davanti ad esso un ostacolo assorbente: ciò per evitare riflessioni incontrollate nocive per la retina dell'occhio.**

Disposta la sorgente laser ad una distanza di circa 0,5 m dallo schermo, si pone sul cammino della luce il primo filtro (polarizzatore) ruotando il laser in modo da ottenere il massimo nella trasmissione della luce con il filtro disposto perpendicolarmente (il laser emette luce già parzialmente polarizzata). Successivamente si posiziona il secondo filtro (analizzatore) orientato in modo che si abbia il minimo nella trasmissione di luce, cioè in posizione di estinzione.

Fra i due filtri viene quindi posta la vaschetta contenente la soluzione precedentemente preparata ed accuratamente mescolata, soluzione valutata in percentuale come rapporto tra massa del soluto e massa complessiva della soluzione. Le pareti della vaschetta attraversate dal fascio laser devono essere ad esso ortogonali. Quel che si osserva è un aumento dell'illuminamento sullo schermo: l'analizzatore non blocca più completamente la luce che proviene dal polarizzatore e che ora ha attraversato la soluzione. Per riportare l'illuminamento al minimo, come all'inizio dell'esperienza, è necessario ruotare l'analizzatore di un angolo che viene letto sul goniometro in gradi sessagesimali: questo angolo evidentemente compensa la rotazione del piano di polarizzazione della luce uscente dalla soluzione rispetto a quello della luce entrante.

Con luce laser il minimo di illuminamento corrisponde all'estinzione completa, mentre con luce bianca si osserva un minimo colorato.

Nella esecuzione delle misure siamo stati particolarmente attenti agli errori di parallasse dovuti alla lettura del goniometro.

Nella seconda colonna della tabella seguente sono riportate le concentrazioni percentuali in massa con i rispettivi errori delle soluzioni acquose preparate con comune zucchero commerciale. L'errore massimo sulla concentrazione si ottiene propagando l'errore sul quoziente  $\frac{\text{massa soluto}}{\text{massa soluzione}}$ , avendo precedentemente tenuto conto delle tare usate (masse dei bicchieri). Le relazioni utilizzate sono le seguenti

$$c = \frac{m_{\text{zucch}}}{m_{\text{acqua}} + m_{\text{zucch}}} \quad (\text{concentrazione})$$

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta m_{\text{zucch}}}{m_{\text{zucch}}} + \frac{\Delta m_{\text{soluz}}}{m_{\text{soluz}}} \quad (\text{errore relativo})$$

$$\Delta c = \varepsilon_c \cdot c \quad (\text{errore assoluto}).$$

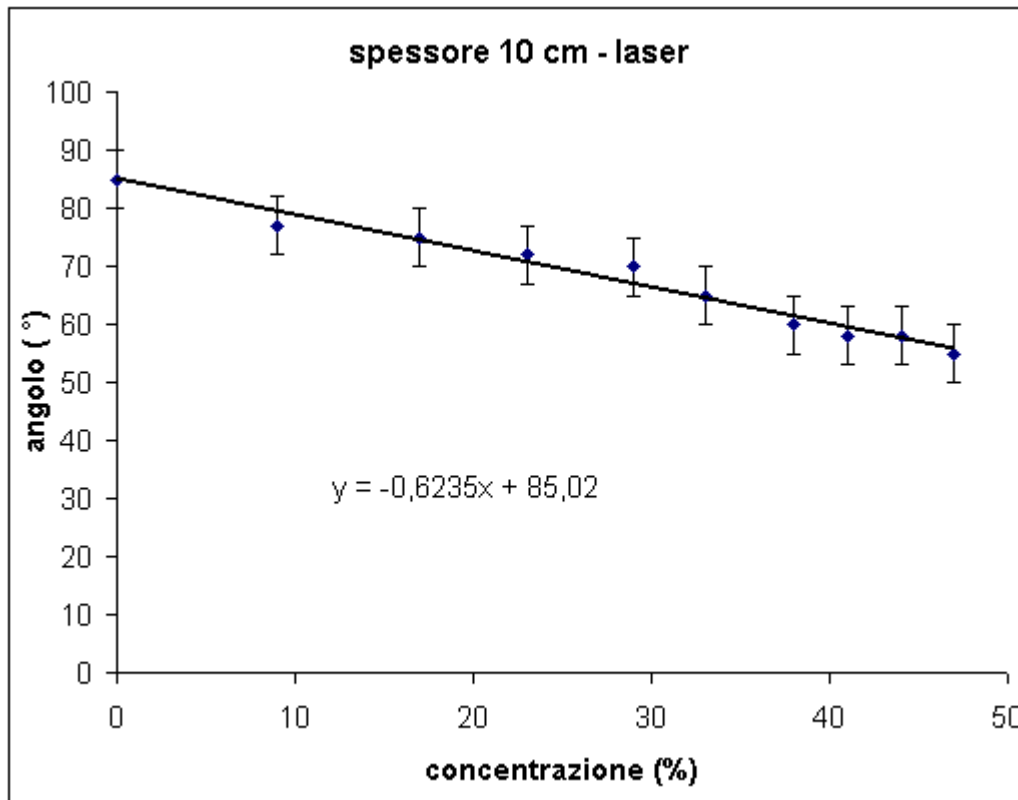
Nelle altre colonne della tabella sono indicati i valori dell'angolo di rotazione della polarizzazione per due diversi cammini ottici attraverso la soluzione, pari a  $l = 47 \text{ mm}$

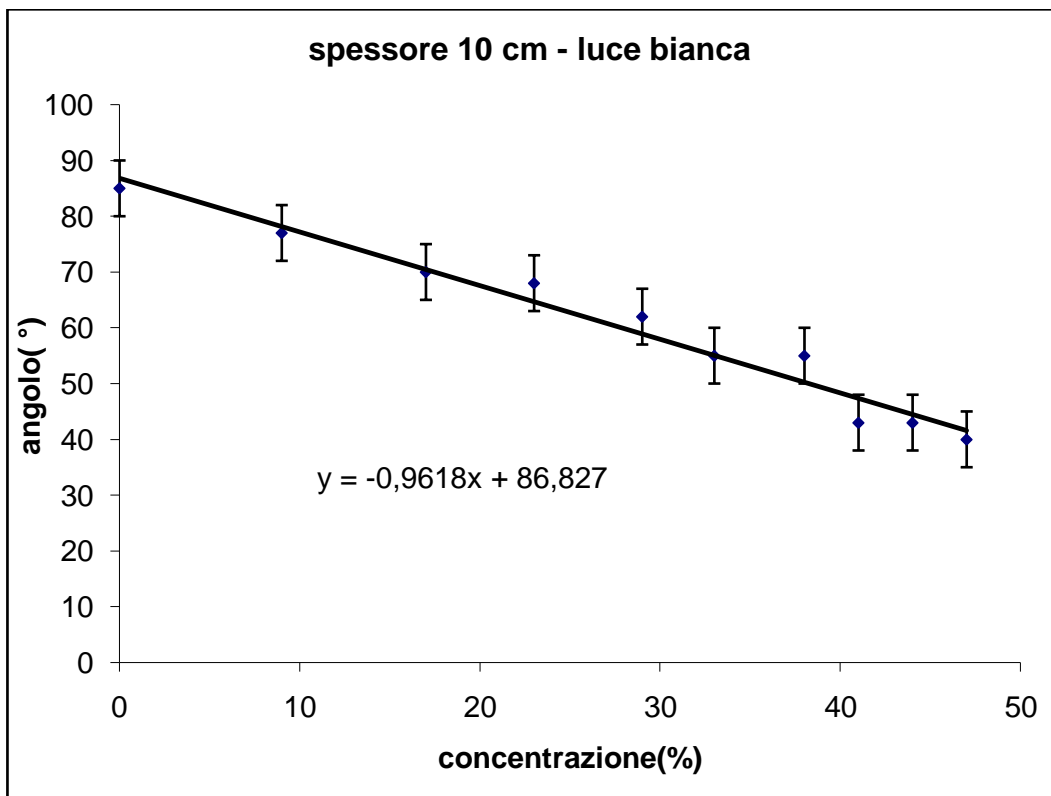
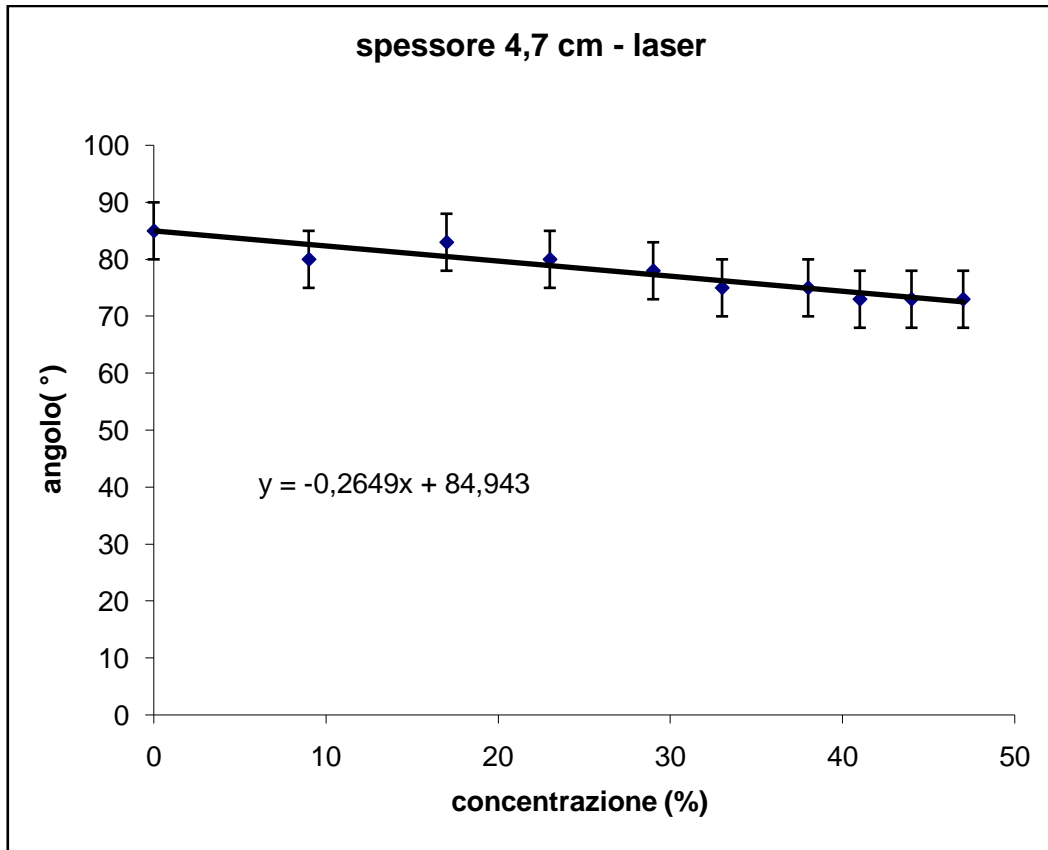
ed  $l = 100 \text{ mm}$  (le due distanze tra le facce interne della vaschetta, girata opportunamente rispetto alla direzione del fascio luminoso); le misure sono state eseguite utilizzando sia luce laser ( $\lambda = 635\text{-}670 \text{ nm}$ ) che luce bianca.

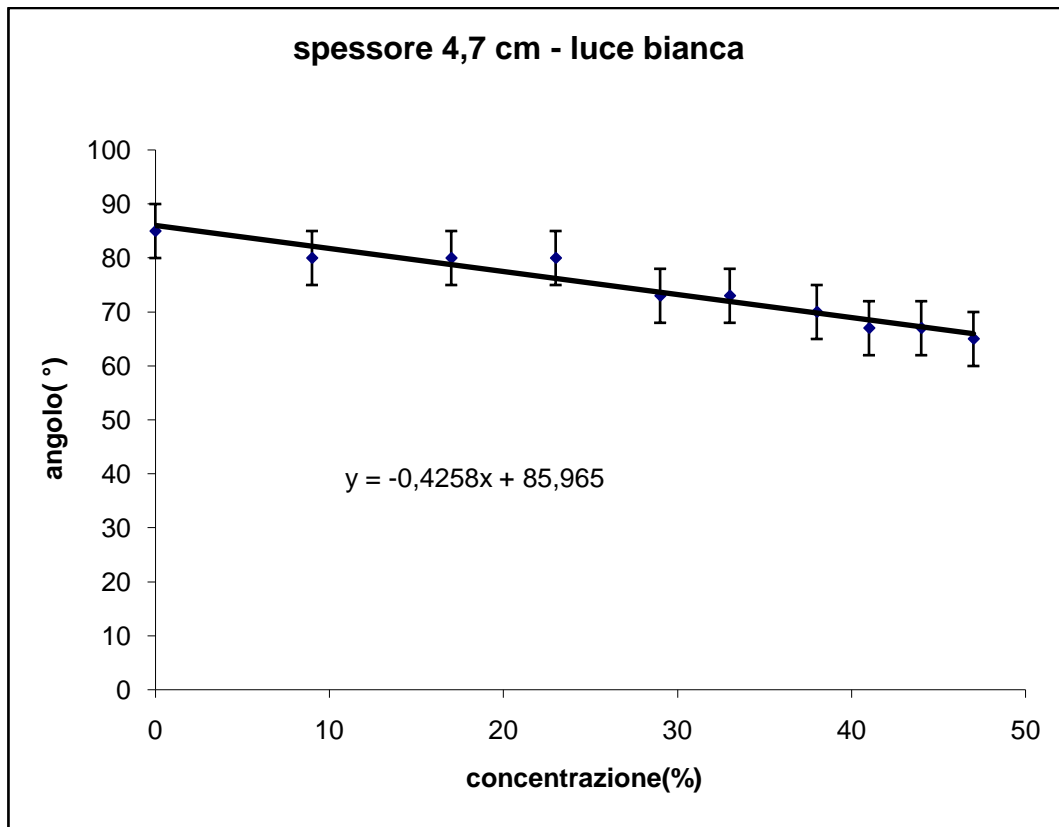
Misura	Concentrazione (%)	$(\beta_1 \pm 5)(^\circ)$ $l = (47 \pm 1) \text{ mm}$		$(\beta_2 \pm 5)(^\circ)$ $l = (100 \pm 1) \text{ mm}$	
		Laser	Luce bianca	Laser	Luce bianca
1	0	85	85	85	85
2	$9 \pm 1$	80	80	77	77
3	$17 \pm 2$	83	80	75	70
4	$23 \pm 2$	80	80	72	68
5	$29 \pm 3$	78	73	70	62
6	$33 \pm 3$	75	73	65	55
7	$38 \pm 2$	75	70	60	55
8	$41 \pm 2$	73	67	58	43
9	$44 \pm 2$	73	67	58	43
10	$47 \pm 2$	73	65	55	40

L'esame dei dati mostra un andamento tendenzialmente in accordo con le previsioni: l'angolo di rotazione ( $85^\circ - \beta$ ) cresce al crescere della quantità di zucchero disciolto nell'acqua e al crescere della lunghezza del cammino ottico nella soluzione.

Questi dati li abbiamo graficati con Excel, facendo calcolare al programma anche la retta che meglio si adatta ad essi.







I coefficienti angolari delle rette di best fit rappresentano i poteri rotatori relativi alla lunghezza del cammino ottico nella soluzione zuccherina e alla luce utilizzata.

Per il calcolo degli errori di questi poteri rotatori abbiamo disegnato una delle due rette che si adattano peggio ai dati, calcolandone il coefficiente angolare; l'errore a questo punto è dato dalla differenza dei due coefficienti angolari. I risultati sono i seguenti

$$R_{10\text{cm laser}} = (0,62 \pm 0,18) \frac{\text{gradi}}{\%}$$

$$R_{4,7\text{cm laser}} = (0,26 \pm 0,16) \frac{\text{gradi}}{\%}$$

$$R_{10\text{cm luce bianca}} = (0,96 \pm 0,16) \frac{\text{gradi}}{\%}$$

$$R_{4,7\text{cm luce bianca}} = (0,42 \pm 0,19) \frac{\text{gradi}}{\%} .$$

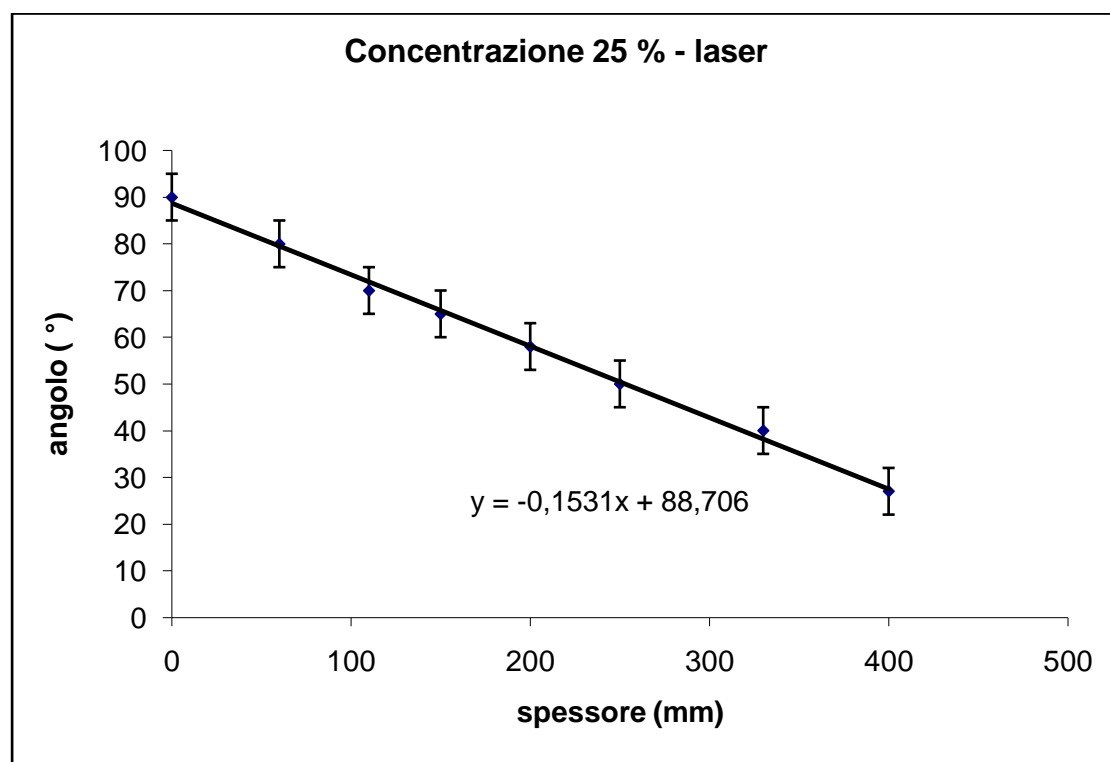
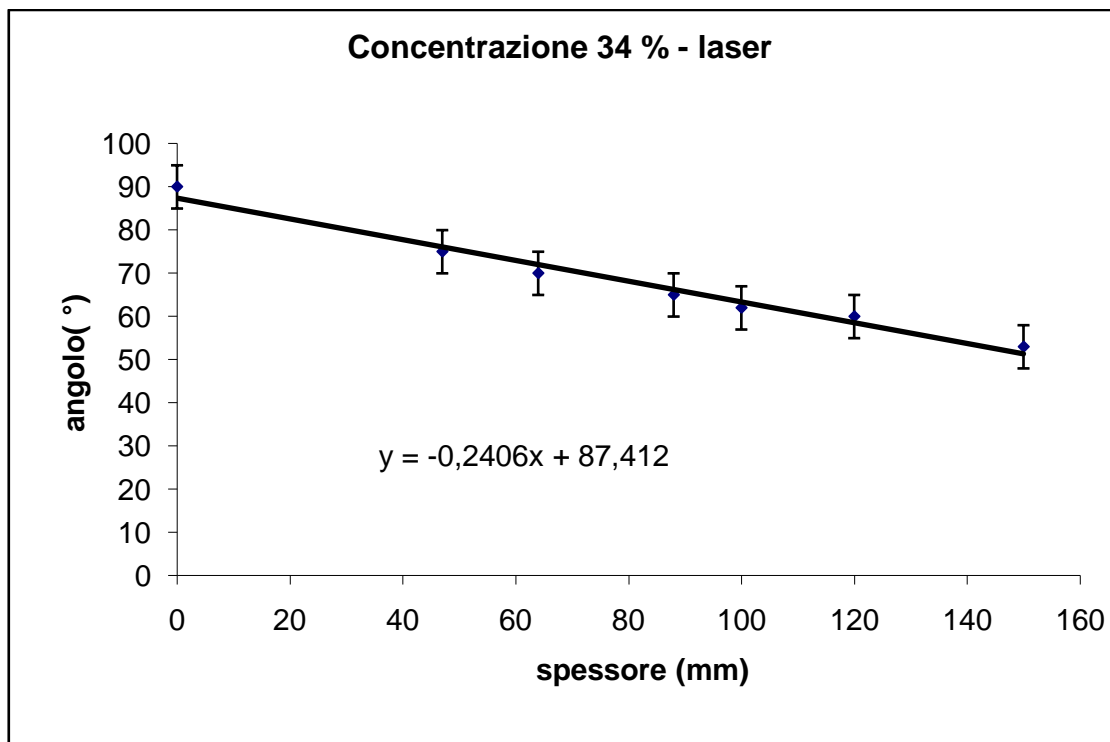
Abbiamo eseguito anche due set di misure di rotazione della polarizzazione fissando la concentrazione e variando lo spessore. I dati sono riportati nella tabella seguente



Misura	Concentrazione = (34 ± 2 )(%)		Concentrazione = (25 ± 2 )(%)	
	( $l_1 \pm 1$ ) mm	( $\beta_1 \pm 5$ )(°)	( $l_2 \pm 1$ ) mm	( $\beta_2 \pm 5$ )(°)
1	0	90	0	90
2	47	75	60	80
3	64	70	110	70
4	88	65	150	65
5	100	62	200	58
6	120	60	250	50
7	150	53	330	40
8	=	=	400	27

L'esame dei dati mostra un andamento tendenzialmente in accordo con le previsioni: l'angolo di rotazione ( $90^\circ - \beta$ ) cresce al crescere dello spessore di soluzione attraversata e al crescere della quantità di zucchero disciolto nell'acqua.

Questi dati li abbiamo graficati con Excel, facendo calcolare al programma anche la retta che meglio si adatta ad essi.



I coefficienti angolari delle rette di best fit rappresentano i poteri rotatori relativi alla concentrazione presa in esame della soluzione zuccherina.

Per il calcolo degli errori sui poteri rotatori abbiamo utilizzato il solito metodo grafico. I risultati sono i seguenti

$$R_{34\% \text{ laser}} = (0,24 \pm 0,08) \frac{\text{gradi}}{\text{mm}}$$

$$R_{25\% \text{ laser}} = (0,15 \pm 0,03) \frac{\text{gradi}}{\text{mm}}.$$

Ora si possono calcolare i poteri rotatori  $R$  del saccarosio, che si misurano in gradi per ogni metro di soluzione e per ogni percento di concentrazione; per fare ciò bisogna dividere i primi quattro valori di  $R$  trovati per lo spessore della soluzione espresso in metri, gli ultimi due valori di  $R$  per la concentrazione (avendo avuto cura di esprimere i millimetri al denominatore in metri). Alla fine per il potere rotatorio  $R$  si ottengono i valori in tabella

<b>Concentrazione (%)</b>	<b>Spessore (mm)</b>	<b>Luce utilizzata</b>	<b>Potere rotatorio <math>R</math> <math>\left( \frac{\text{gradi}}{\% \text{ metro}} \right)</math></b>
Variabile	100	Laser rossa	<b>6,2 ± 1,9</b>
Variabile	47	Laser rossa	<b>5,5 ± 3,5</b>
Variabile	100	Luce bianca	<b>9,6 ± 1,7</b>
Variabile	47	Luce bianca	<b>8,9 ± 4,2</b>
34	Variabile	Laser rossa	<b>7,0 ± 2,7</b>
25	Variabile	Laser rossa	<b>6,0 ± 1,7</b>

### Conclusioni

Sia i primi due sia gli ultimi due valori di  $R$  sono consistenti con il valore di riferimento 6,7 gradi/(m %) per la luce gialla del sodio ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ). I due valori di  $R$  relativi alla luce bianca si discostano abbastanza dal valore di riferimento; d'altronde nella luce bianca sono incluse tutte le lunghezze d'onda dello spettro visibile, lunghezze d'onda tutte più piccole di quella relativa al rosso.

L'esperienza con luce bianca mostra che la rotazione del piano di polarizzazione della luce dipende oltre che dallo spessore della sostanza otticamente attiva e dalla concentrazione anche dalla lunghezza d'onda della luce impiegata; infatti in letteratura l'attività ottica

$$\beta = R_{\lambda} \cdot l \cong \left( \frac{A}{\lambda^2} \right) \cdot l$$

dipende in maniera inversamente proporzionale dal quadrato della lunghezza d'onda. Questa caratteristica è detta dispersione secondo la *formula di Cauchy*; allora utilizzando luce bianca non si può ottenere estinzione completa al di là dell'analizzatore polaroid, poiché le varie lunghezze d'onda subiscono una rotazione differente.

Noto il potere rotatorio di una certa molecola per luce di una data lunghezza d'onda si può scrivere la concentrazione in funzione dell'angolo di rotazione  $\beta$

$$c_x = \frac{\beta}{l \cdot R_{\lambda}};$$

si ottiene una relazione che permette di risalire alla concentrazione dalla misura dell'angolo di rotazione.

## **BIBLIOGRAFIA**

**VERNIER**, *Physics with Computers. Physics experiments using Vernier Sensors*

**ELIGIO PERUCCA**, *Fisica generale e sperimentale, volume II, tomo I* (1963)

**WINDSTON E. KOCK**, *Onde sonore e onde luminose - Principi del moto ondulatorio*, Zanichelli (1976)

**GIORGIO SEGRE'**, *Fondamenti di fisica ed introduzione alla biofisica - Parte seconda*, Liguori Editore – 1974

**L. LOVITCH, S. ROSATI**, *Fisica Generale – Eletticità magnetismo ottica Vol. II*, Casa Editrice Ambrosiana Milano